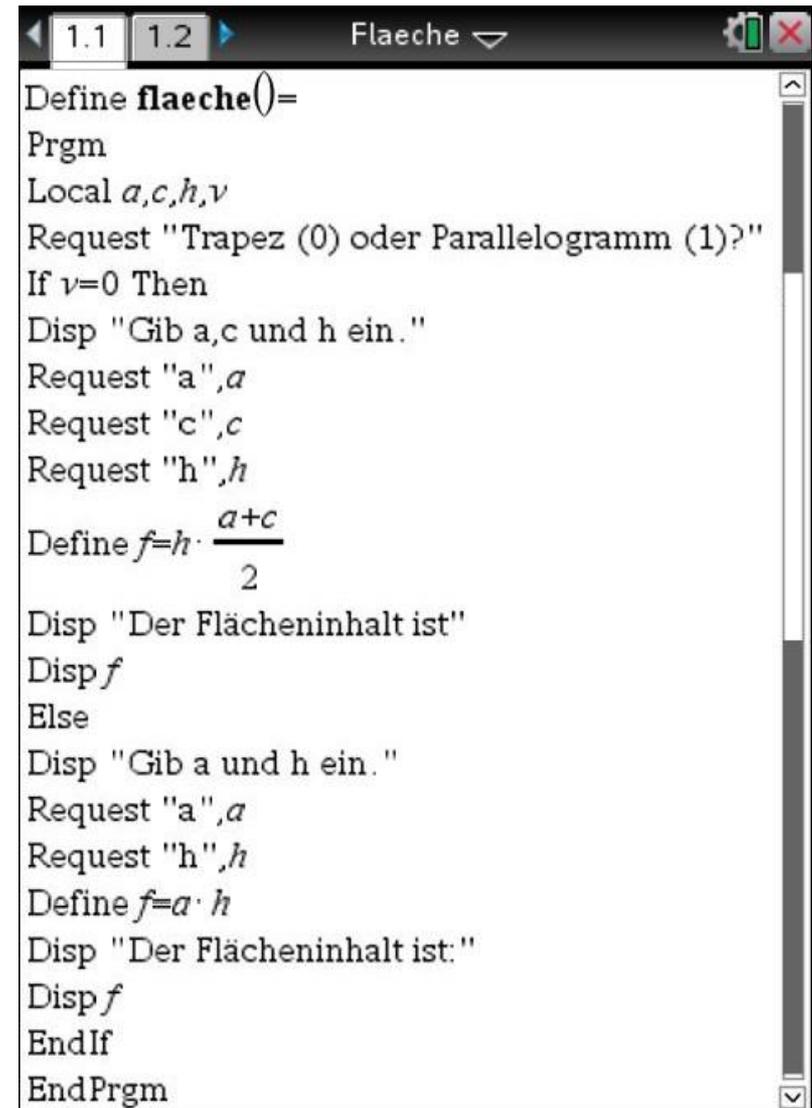


Algorithmisches Denken und erste Programmierung in Klasse 8

MNU-Bundeskongress, 23.03.2016

Holger Wuschke (Universität Leipzig)



```
1.1 1.2 Flaeche
Define flaeche()=
Prgm
Local a,c,h,v
Request "Trapez (0) oder Parallelogramm (1)?"
If v=0 Then
Disp "Gib a,c und h ein."
Request "a",a
Request "c",c
Request "h",h
Define f=h*(a+c)/2
Disp "Der Flächeninhalt ist"
Disp f
Else
Disp "Gib a und h ein."
Request "a",a
Request "h",h
Define f=a*h
Disp "Der Flächeninhalt ist:"
Disp f
EndIf
EndPrgm
```

Gliederung

1. Warum im Mathematikunterricht?
2. Viel älter als der Computer
3. (handlungsorientierte) Begriffsdefinition
4. Bedeutung für den Mathematikunterricht
5. Algorithmus → Struktogramm → Programm
6. Literatur

Algorithmen im Mathematikunterricht?

Leitidee Zahl (L 1):

„ ... wählen, beschreiben und bewerten Vorgehensweisen und Verfahren, denen Algorithmen bzw. Kalküle zu Grunde liegen“

KMK (2004), S. 10

→ In Sek II Leitidee Algorithmus und Zahl (L 1)

Leitidee Funktionaler Zusammenhang (L 4):

„ ... lösen Gleichungen, und lineare Gleichungssysteme kalkülmäßig bzw. algorithmisch, auch unter Einsatz geeigneter Software ... “

KMK (2004), S. 11

Algorithmen im Mathematikunterricht?

Lehrplan (Sachsen)

- Klasse 8 WP 1: Programmierung mathematischer Algorithmen
- euklidischer Algorithmus (Klasse 5 WP 3)
- Gleichungen (zuerst in Kl. 7 LB 2)

„Modernen Mathematikunterricht kennzeichnet ein fachdidaktisch und mediendidaktisch sinnvolles Nutzen zeitgemäßer Hilfsmittel, das aufwändige algorithmische Tätigkeiten auf einen Umfang begrenzt, der für die Entwicklung elementarer Rechenfertigkeiten notwendig ist.“

Sächsischer Lehrplan (2004/2011/2013), S. 3.

Algorithmen im Mathematikunterricht?

Ziele des Mathematikunterrichts

- Kulturtechniken beherrschen
- Algorithmisieren verstehen
- einfache Umweltsituationen mathematisieren können
- Umwelterscheinungen mathematischer Art verstehen und beurteilen können

Der Algorithmusbegriff (historischer Exkurs)

Euklid (ca. 360-290 v. Chr.), Archimedes (ca. 287-212 v. Chr.),
Heron von Alexandria (um 60 n. Chr.)

Abu Ja`far Mohammed ibn Musa al-Khwarizmi (ca. 780-840)

Gottfried Wilhelm Leibniz (1646-1716), John Napier (1550-1617)

Ada Lovelace (1815-1852) & Charles Babbage (1791-1871)

Alan Turing (1912-1954), Alonzo Church (1903-1995)

Edsger Dijkstra (1930-2002), Donald E. Knuth (*1938)

Begriffsdefinition

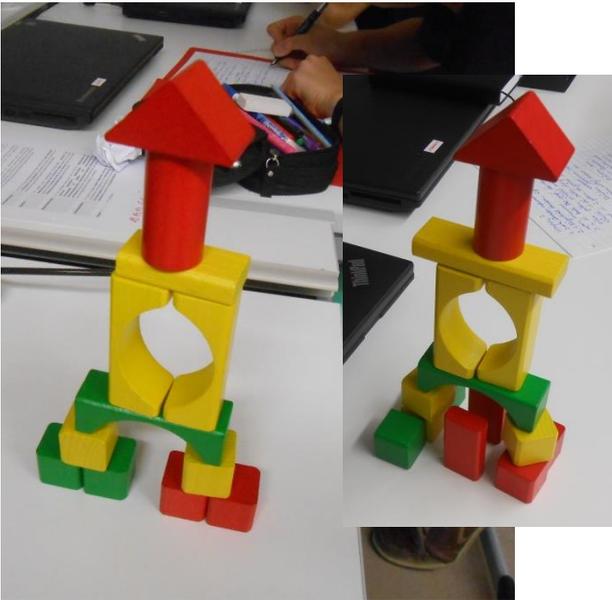
Idee: Körperdiktat



1. *2 rote Quader nebeneinander stellen*
2. *1 fingerbreit daneben 2 grüne Würfel nebeneinander*
3. *In die Mitte auf die roten Würfel einen gelben Würfel und einen gelben Würfel in die Mitte der grünen*
4. *Auf die 2 gelben die grüne Brücke stellen*
5. *Die gelben Brücken hochkant zusammenstellen (auf die grüne, mittig) sodass ein Loch entsteht*
6. *Auf die 2 gelben Brücken einen flachen, gelben, rechteckigen Quader*
7. *Nun die rote Rolle/Zylinder auf den gelben/flachen Quader stellen*
8. *Jetzt das rote Dach mit der längsten Seite nach unten auf den Zylinder stellen*

Begriffsdefinition

Idee: Körperdiktat

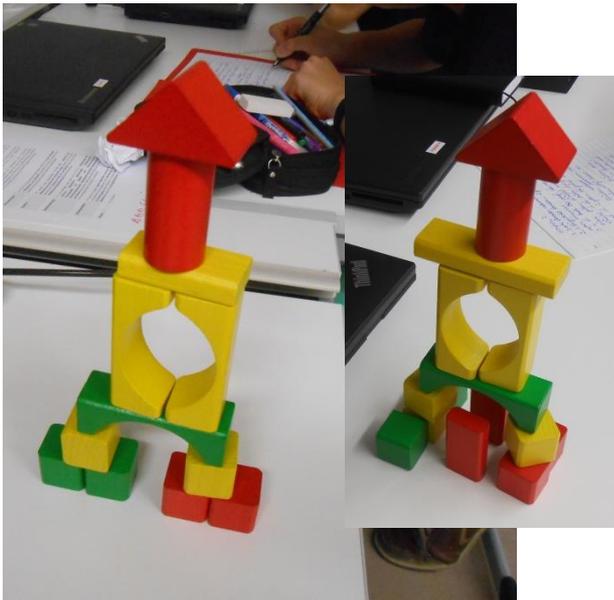


1. *2 rote Quader nebeneinander stellen*
2. *1 fingerbreit daneben 2 grüne Würfel nebeneinander*
3. *In die Mitte auf die roten Würfel einen gelben Würfel und einen gelben Würfel in die Mitte der grünen*
4. *Auf die 2 gelben die grüne Brücke stellen*
5. *Die gelben Brücken hochkant zusammenstellen (auf die grüne, mittig) sodass ein Loch entsteht*
6. *Auf die 2 gelben Brücken einen flachen, gelben, rechteckigen Quader*
7. *Nun die rote Rolle/Zylinder auf den gelben/flachen Quader stellen*
8. *Jetzt das rote Dach mit der längsten Seite nach unten auf den Zylinder stellen*

Begriffsdefinition

Idee: Körperdiktat

Wahlthema: Programmierung mathematischer Algorithmen



Bauanleitung

1. Im Geometrieunterricht der 8 a spielen die Schülerinnen und Schüler heute „Körper-Diktat“. Dazu muss eine Schülergruppe aus Bauklötzen eine Figur bauen und dazu eine Anleitung schreiben. Eine andere Gruppe baut diese Figur nach der Anleitung nach. Dabei sind die beiden Bilder entstanden.
 - a) Stelle Vermutungen an, warum die zweite Gruppe die Figur nicht ganz genau wie die erste Gruppe gebaut hat.
 - b) Probiere dies selbst einmal aus: Baue eine Figur aus Bauklötzen und schreibe dafür eine Anleitung. Anschließend bestimme jemanden, der die Figur nach deiner Anleitung bauen soll. Füge dabei aber auch weitere Steine hinzu, damit der „Nachbauer“ eine Auswahl an Steinen hat. Vergleiche das Ergebnis mit deinem Original.
 - c) Gib an, was eine gute Anleitung ausmacht.



Originalfigur der ersten Gruppe



Nachbau der zweiten Gruppe

Elemente der Mathematik Sachsen 8, 2015, S. 259.

Begriffsdefinition

Idee: Körperdiktat

Übergang: Was macht eine gute Anleitung aus?

- Genaue und eindeutige Anweisungen
- Gute Lesbarkeit
- Klare Gliederung/Strukturierung
- Verständlich
- Kurz/knapp

Begriffsdefinition

Ein **Algorithmus** ist eine Verarbeitungsvorschrift, die aus einer endlichen Folge von eindeutig ausführbaren Anweisungen besteht. Unter gleichen Voraussetzungen liefert die Ausführung des Algorithmus stets gleiche Ergebnisse.

Profilinformatik 9/10, 2006, S. 91. oder Elemente der Mathematik Sachsen 8, 2015, S. 260.

Kriterien an einen Algorithmus:

- Ausführbarkeit
- Eindeutigkeit
- Endlichkeit
(Terminiertheit)

Sind das Algorithmen?

Tassen - Schokokuchen



Eindeutig?

Nein.

Tasse muss definiert werden!

Zutaten für 1 Portionen:

5	Ei(er)	1 Tasse/n	Öl			
1 ½ Tasse/n	Zucker	½ Tasse/n	Kakaopulver,	0.5 Tasse	Kaba	
2 Tasse/n	Mehl	3 Tasse/n	Haselnüsse, gemahlene			
1 Tasse/n	Mineralwasser	1 Pkch.	Backpulver			
	Kuchenglasur, Schoko					
	Verfasser: Stetim					

Alle Zutaten gut miteinander verrühren. In eine gefettete Springform füllen. Bei 170°C Heißluft 45 min. backen. Nach dem Erkalten mit Schokoguss überziehen.

Arbeitszeit: ca. 15 Min.
Schwierigkeitsgrad: simpel

Quelle: <http://www.chefkoch.de/rezepte/drucken/348621119964415/2309481a/1/Tassen-Schokokuchen.html>, letzter Zugriff am 07.09.13 um 15:29

Sind das Algorithmen?

Erstelle eine Liste, in der du alle geraden natürlichen Zahlen auflistest. Beginne mit der 2.

Endlich?

Nein

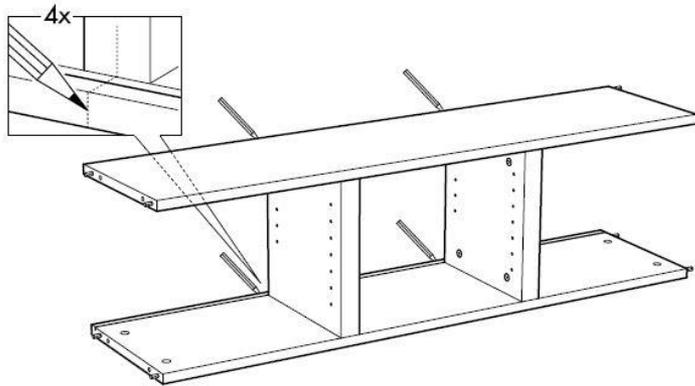
Verbessere deine Mathematiknote, indem du in deiner nächsten Mathearbeit eine 1 schreibst.

Ausführbar?

Nein

Sind das Algorithmen?

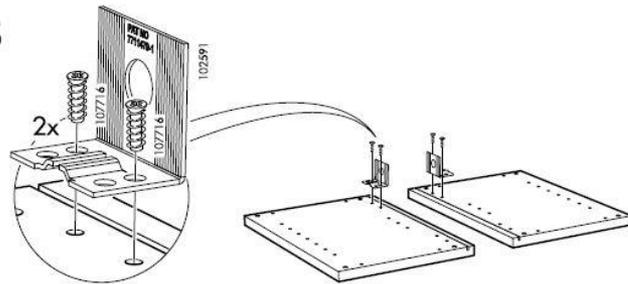
7



Ausführbar?

? Ja ?

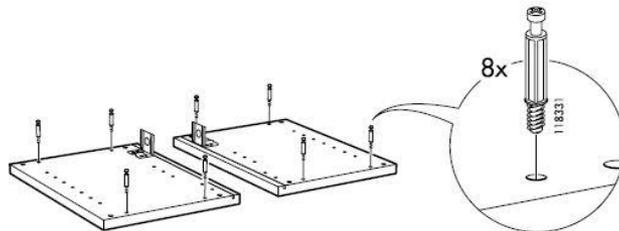
8



Endlich?

Ja

9



Eindeutig?

Ja

Bedeutung des Algorithmus

Fundamentaler Begriff im MU; kaum ein Thema ohne algorithmischen Kern

Erste Erfahrungen in der Primarstufe

- Schriftliche Rechenverfahren
- Figurierte Zahlen
- Kleine Einmaleins (insbesondere die Neunerreihe)
- ...

Sekundarstufe: Ausbau und Vertiefung

Terme
Gleichungen

Teilbarkeits-
lehre

Bruch-
rechnung

Funktionen-
lehre

Geometrie

Anwendungs-
situationen

Näherungs-
verfahren

Analysis

Lineare
Algebra

Modell-
bildung

Stochastik

Numerik

Ziele beim Erarbeiten algorithmischer Vorschriften

- Bewusstwerden: rationelles Arbeiten erst durch Benutzung von algorithmischen Verfahren ermöglicht
- Aneignung bestimmter algorithmischer Verfahren
- Kompetenz erwerben, algorithmische Vorschriften zu gewinnen

Wichtige Schritte:

- mit inhaltlicher Seite der Erscheinung bekannt machen
- durch Verallgemeinerung, durch Nachdenken wird Vorschrift übersichtlich, knapp, verständlich formuliert
- Anwendung der Vorschrift zur Lösung der Aufgaben

Mathematische Algorithmen in Programmen

- Flächen- und Körperberechnungen
- Zahlenraten (Prinzip der Intervallschachtelung)
- Lösen von linearen/quadratischen Gleichungen
- Lösen von linearen Gleichungssystemen (Gauß)
- Sortieralgorithmen
- Kürzeste Verbindungen
- ...

Algorithmen – Struktogramme - Programme

- Ausführen bestimmter Operationen in einer fest vorgegebenen Art und Weise
- Berechnen von Werten nach einer Formel

$$A = \frac{a + c}{2} \cdot h$$

$$A = \frac{(a + c) \cdot h}{2}$$

$$A = \frac{h}{2} \cdot (a + c)$$

Sequenz (Folge)

Eine Sequenz ist eine Abfolge von Anweisungen.

Eingabe a
Eingabe c
Eingabe h
Addiere a und c
Halbiere das Ergebnis
Multipliziere das Ergebnis mit h
Ausgabe

Algorithmen – Struktogramme – Programme

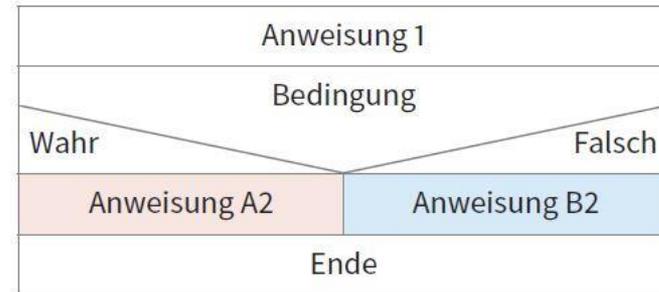
```
1.1 1.2 *gerade 7/10
* gerade
Define gerade()=
Prgm
Local xa,xb,ya,yb
Disp "Eingabe von Punkt A"
Request "Gib die x-Koordinate an: ",xa
Request "Gib die y-Koordinate an: ",ya
Disp "Nun das gleiche für Punkt B."
Request "x-Koordinate: ",xb
Request "y-Koordinate: ",yb
Define m= $\frac{yb-ya}{xb-xa}$ 
Disp "Der Anstieg m= ",m
Disp "Das Absolutglied n= ",ya-m·xa
EndPrgm
```

```
1.1 1.2 gerade
gerade()
Eingabe von Punkt A
Gib die x-Koordinate an: 2
Gib die y-Koordinate an: 4
Nun das gleiche fuer Punkt B.
x-Koordinate: 4
y-Koordinate: 6
Der Anstieg m= 1
Das Absolutglied n= 2
Fertig
```

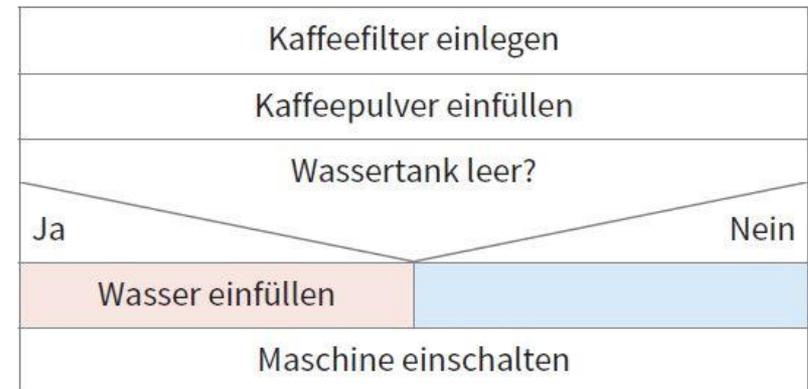
Algorithmen – Struktogramme - Programme

Verzweigung (Auswahl)

Bei einer Verzweigung wird in Abhängigkeit von einer Bedingung entweder die Anweisungsfolge A2 oder die Anweisungsfolge B2 durchlaufen.

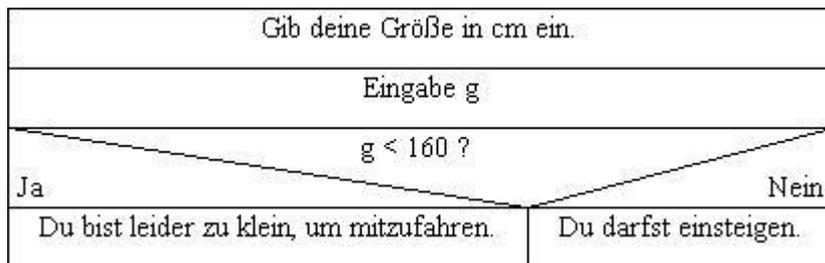


Beispiel für eine Verzweigung: Einen Kaffee kochen



Algorithmen – Struktogramme - Programme

10. Im Belantis soll vor die gefährlichste Achterbahn ein Automat gestellt werden, bei dem man seine Körpergröße eingibt. Alle Kinder und Jugendliche, die kleiner als 1,60 m sind dürfen nicht mitfahren. Fertige dazu ein Struktogramm an.



```
*Belantis ▾  
◀ 1.1 1.2 ▶  
Define belantis()=  
Prgm  
Local g  
Request "Gib deine Groesse in cm ein.",g  
If g<160 Then  
Disp "Du bist leider zu klein, um mitzufahren."  
Else  
Disp "Du darfst einsteigen."  
EndIf  
EndPrgm
```

Algorithmen – Struktogramme - Programme

```
1.1 1.2 Flaeche ▾
Define flaeche()=
Prgm
Local a,c,h,v
Request "Trapez (0) oder Parallelogramm (1)?"
If v=0 Then
Disp "Gib a,c und h ein."
Request "a",a
Request "c",c
Request "h",h
Define f=h· $\frac{a+c}{2}$ 
Disp "Der Flächeninhalt ist"
Disp f
Else
Disp "Gib a und h ein."
Request "a",a
Request "h",h
Define f=a·h
Disp "Der Flächeninhalt ist:"
Disp f
EndIf
EndPrgm
```

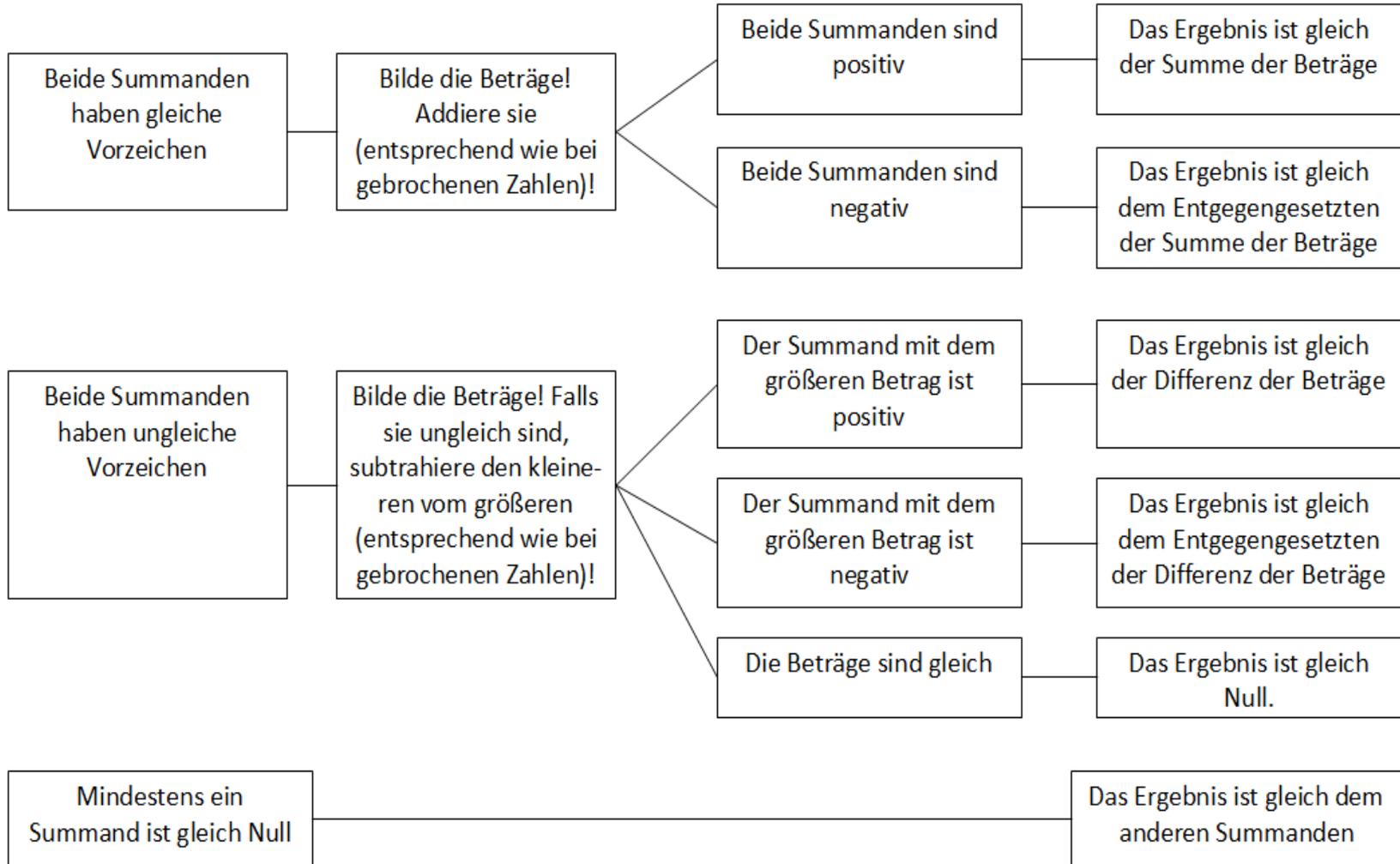
Die Addition rationaler Zahlen

Fallunterscheidung

Handlungsanweisungen

Fallunterscheidungen

Festlegungen

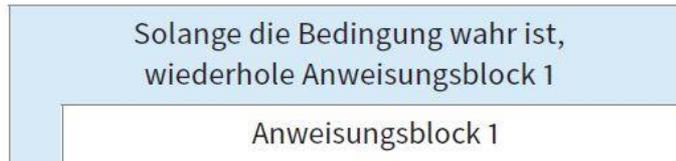


Algorithmen – Struktogramme - Programme

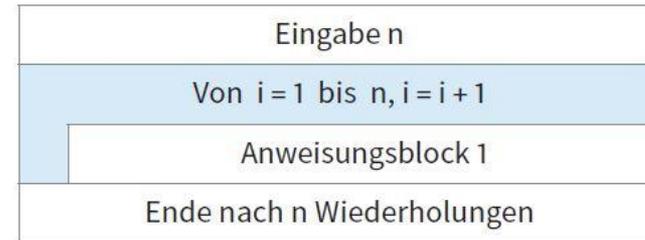
Zyklus (Wiederholung/Schleife)

Bei einer **Schleife** wird eine Anweisungsfolge mehrfach wiederholt. Dabei unterscheidet man zwischen einer Schleife mit Bedingung und einer Zählschleife.

Schleife mit Bedingung



Zählschleife

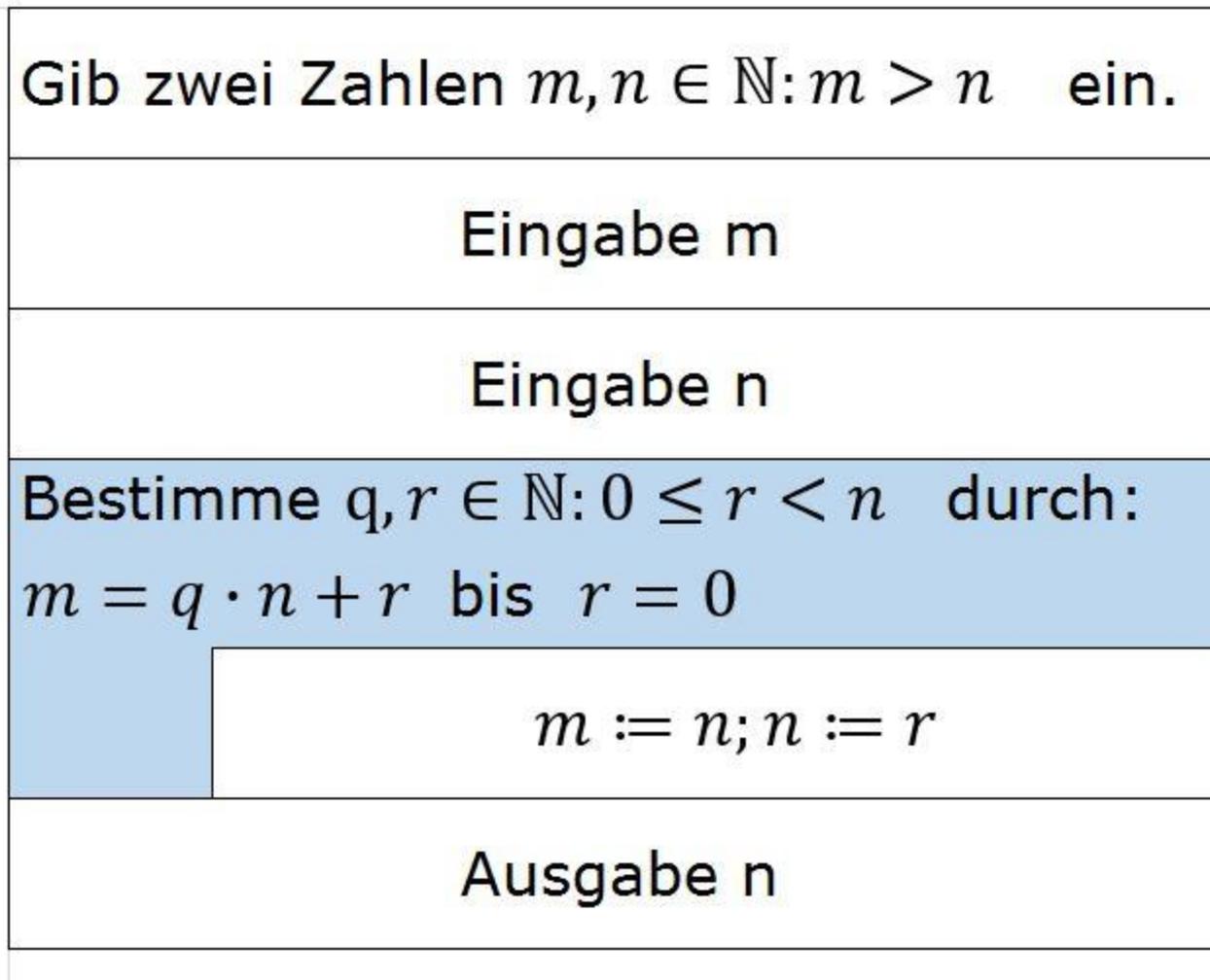


Beispiel für eine Schleife mit Bedingung:

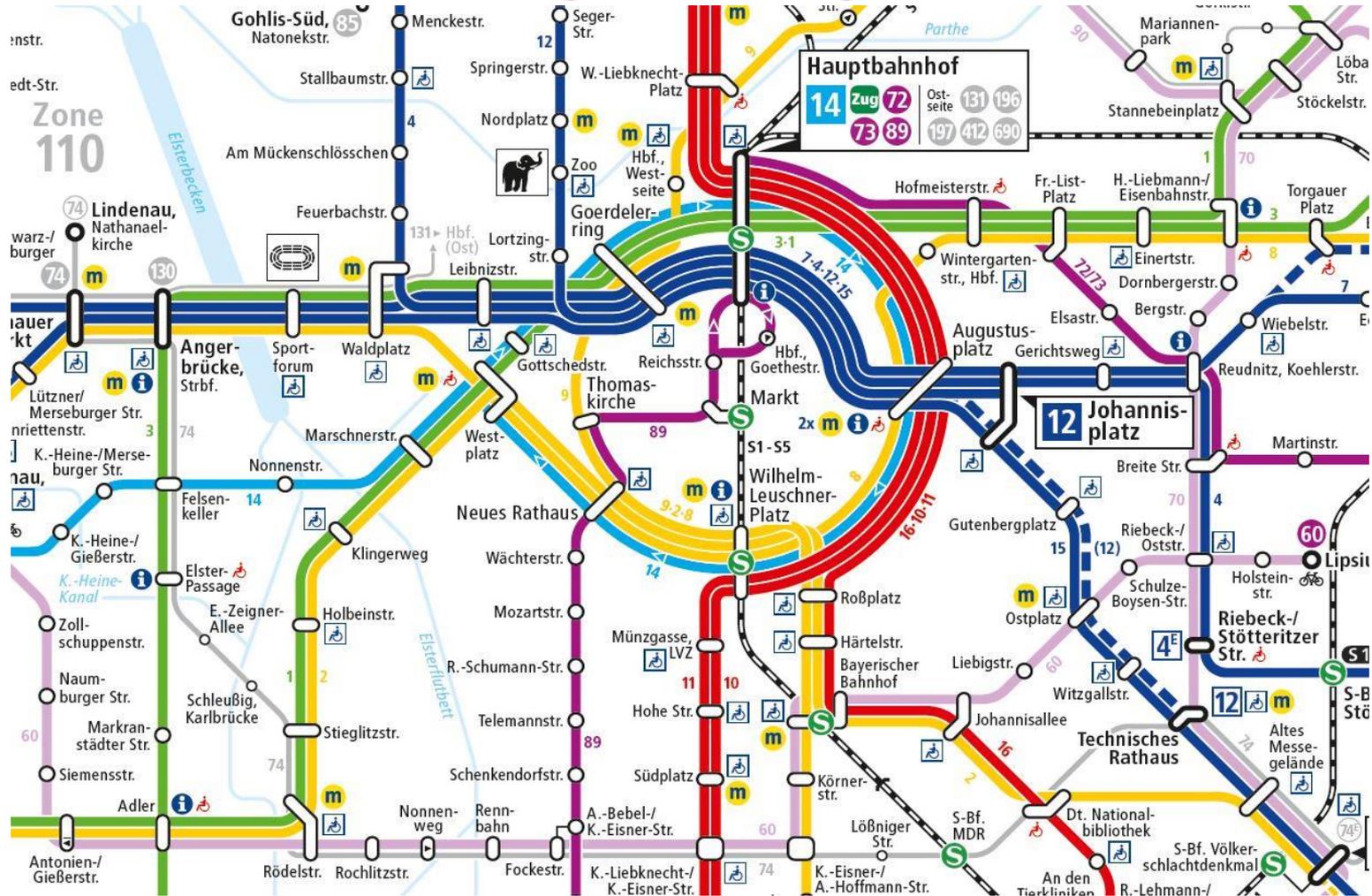
Ein Läufer darf nur so lange laufen, wie sein Puls unter 160 Schlägen pro Minute ist.



Algorithmen – Struktogramme - Programme



Sortieren und Kürzeste Strecken – eine Verbindung von Algorithmen



Vielen Dank für Ihre Aufmerksamkeit!

Literatur

- Buttke, Robby (Hrsg.) (2006): Profilinformatik 9/10, Duden Paetec, Berlin-Frankfurt a. M., S. 91.
- Gellert, W. et al. (Hrsg.) (1966²): *Kleine Enzyklopädie – Mathematik*, Leipzig.
- KMK (2004): *Beschlüsse der Kultusministerkonferenz. Bildungsstandards im Fach Mathematik für den Mittleren Schulabschluss. Beschluss vom 4.12.2003*, Darmstadt.
- Lambert, Anselm/Kortenkamp, Ulrich (2015): *Geniale Menschen und ihre Ideen zu Algorithmen*, in: *mathematik lehren* 188, Seelze, S. 10-11.
- SMK (2013³): *Lehrplan Gymnasium Mathematik*, Dresden.
- Wuschke, Holger (2015): *Programmierung mathematischer Algorithmen*, in: Suhr, Friedrich et. al. (Hrsg.): *Elemente der Mathematik. Sachsen 8*, Braunschweig, S. 259-265.
- Ziegenbalg, Jochen (2000): *Algorithmen. Fundamental für Mathematik, Mathematikunterricht und mathematische Anwendungen*.
- Ziegenbalg, Jochen (2016⁴): *Algorithmen. Von Hammurapi bis Gödel*, Springer Verlag, Wiesbaden.

Kontakt

M. Ed. Holger Wuschke
(WMA in der Abteilung Didaktik)
Augustusplatz 10
04109 Leipzig

0341-97-32192
wuschke@math.uni-leipzig.de

